УДК 678.065:539.374

С.И. Чупилко

УЧЕТ ВЯЗКИХ СВОЙСТВ РЕЗИНОКОРДНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ АНАЛИЗЕ Н.Д.С. ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ШИНЫ

Розглянута схема використання нелінійної спадкової моделі в'язкопружності для аналізу напружено-деформованого стану гумокордної шини при контактній взаємодії з напівпростором.

Материалы, из которых производят пневматические шины, являются, вообще говоря, физически нелинейными. И резина, и вискозный корд являются материалами не только с упругими, но и с вязкими свойствами, металлический корд, хотя и обладает незначительными вязкими свойствами, является упругопластическим материалом.

Неупругое поведение материалов в течение длительного времени пытались объяснить, рассматривая механические модели, состоящие из различных комбинаций упругих и вязких элементов. Многие из таких моделей – известные модели Максвелла, Фойгта и др., получили широкое распространение. Преимущество их состоит в относительной простоте – в определяющее уравнение упругого тела добавляются члены, пропорциональные скорости деформаций или напряжений, благодаря чему во многих случаях простые задачи деформирования элементов конструкций решаются аналитически. Комбинируя в различных сочетаниях свойства упругости и вязкости, можно построить сколько угодно сред, качественно описывающих поведение реальных тел [1-3].

Однако, как показали многочисленные исследования, модели такого типа пригодны лишь для ограниченного числа конкретных частных случаев. Обобщение и развитие здесь возможно путем введения в уравнение достаточно большого числа членов [4, 5]:

$$a_0\sigma + a_1\frac{d\sigma}{dt} + \ldots + a_n\frac{d^n\sigma}{dt^n} = b_0\varepsilon + b_1\frac{d\varepsilon}{dt} + \ldots + b_n\frac{d^n\varepsilon}{dt^n}. \qquad (1)$$

Использование уравнений подобного типа довольно сложно из-за необходимости определения большого числа параметров.

Значительное развитие в последние годы получило направление теории вязкоупругости, основанное на определяющих уравнениях наследственного типа, в которых связь между напряжениями и деформациями дается непрерывным функционалом, учитывающим не только текущие значения аргумента, но и всю историю деформирования. Принцип наследственности, сформулированный Больцманом и получивший значительное математическое развитие в работах Вольтерра, может быть выражен следующим образом:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E}\left[\sigma(t) + \int_0^t \Gamma(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau\right]. \qquad (2)$$

Функция $\Gamma(t-\tau)$ называется ядром наследственности, которое характеризует степень «забывания» к моменту времени t о тех воздействиях, которые были совершены в момент времени τ.

Уравнение (2) представляет собой линейное уравнение наследственного типа.

Основная проблема в линейной наследственной упругости состоит в выборе ядер наследственности, которые должны удовлетворять двум основным требованиям: правильно описывать поведение материалов и быть достаточно простыми.

Ядро Абеля $k/(t-\tau)^{\alpha}$, где $0<\alpha<1$, достаточно хорошо описывает процессы деформирования самых разнообразных материалов, как металлов, так и полимеров и композитов [6,7].

Одним из путей построения нелинейного определяющего соотношения является обобщение линейного уравнения. Хорошо известно в этом плане уравнение Работнова:

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t \Gamma(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau, \qquad (3)$$

которое можно записать в виде

$$\psi(\sigma) = \varepsilon(t) - \int_0^t K(t-\tau)\varepsilon(\tau)d\tau. \qquad (4)$$

Учитывая, что для шинных материалов, поведение которых зависит от времени и скорости нагружения, вопросы влияния температуры на механические свойства также оказываются чрезвычайно важными.

В [8] предложено уравнение наследственной среды с учетом температуры записывать в виде:

$$\psi(\sigma) = \varepsilon(t) - \int_0^t K(t-\tau)\varepsilon(\tau) f\left[T(t), T(\tau)\right]d\tau, \qquad (5)$$

где f – функция температурного влияния, зависящая как от температуры в момент времени t, так и от температуры в момент времени τ. Как показывают эксперименты [8], для большинства материалов температурная наследственность несущественна и поведение материала определяется лишь значением температуры в данный момент времени, а функция температурного влияния может быть выбрана в виде обычной степенной зависимости T^{γ}.

Применяя ядро Абеля, выражение (5) примет теперь вид

$$\psi(\sigma) = \varepsilon(t) - \int_0^t K(t-\tau)\varepsilon(\tau)T^{\gamma}(t)d\tau, \qquad (6)$$

где $K(t-\tau) = k/(t-\tau)^{\alpha}$.

В этом случае для полного описания поведения материала при различных режимах нагружения и температур необходимо знание трех параметров α, k, γ.

Для линейной наследственности $\psi(\sigma) = \sigma / E$ и уравнение (6) с ядром Абеля принимает вид

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) - E\int_0^t K(t-\tau)\varepsilon(\tau)T^{\gamma}(t)d\tau. \qquad (7)$$

Применительно к анизотропным шинным материалам в [9] описана методика определения этих параметров по диаграммам скоростного деформирования образцов при разных скоростях и температурах и показано, что анизотропия не сказывается на определении ядра наследственности, т.е. для анизотропного шинного материала достаточно одного ядра, параметры которого определяются из испытаний образцов, вырезанных в произвольном направлении. Различаются лишь кривые мгновенного деформирования, которые соответствуют матрице упругих модулей для линейно наследственной среды.

Тогда для случая сложного напряженно-деформированного состояния будем иметь

$$\sigma_{ij}(t) = E_{ijkl}\varepsilon_{kl}(t) - E_{ijkl}\int_0^t K(t-\tau)\varepsilon_{kl}(\tau)T^{\gamma}(t)d\tau, \qquad (8)$$

$$K(t-\tau) = k/(t-\tau)^{\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Здесь E_{ijkl} – матрица упругости анизотропного материала.

Рассмотрим применение наследственной модели для анализа напряженно-деформированного состояния шины при контактном взаимодействии с полупространством.

Начальные деформации и напряжения определяются из решения задачи о напряженно-деформированном состоянии шины под действием лишь внутреннего давления, величина которого задается из технических условий ее эксплуатации.

В исследованиях Вольтерра было показано, что при решении задач наследственной теории упругости операции, связанные с решением дифференциальных уравнений, аналогичных обычным уравнением теории упругости, и операции интегрирования по времени, связанные с вычислением операторов Вольтерра, могут выполняться в произвольном порядке. Следовательно, для решения задачи наследственной теории упругости нужно построить решение задачи обычной теории упругости и в окончательном результате заменить упругие постоянные операторами, расшифровав полученные комбинации операторов по известным правилам.

Этот принцип носит название принципа Вольтерра.

Широкое распространение также получил метод, основанный на применении преобразования Лапласа. Для этого метода был сформулирован принцип соответствия, который по существу представляет собой простую перефразировку принципа Вольтерра.

Принцип Вольтерра, равно как и метод преобразования Лапласа, применим при соблюдении следующих условий: в каждой точке поверхности тела должно быть задано либо усилие, либо перемещение, либо какая-нибудь комбинация этих величин, но тип граничных условий не должен меняться.

А это означает, что задачу о напряженно-деформированном состоянии шины под действием заданного внутреннего давления можно решить применяя принцип Вольтерра или метод, основанный на преобразовании Лапласа.

При решении контактной задачи взаимодействия шины с полупространством применение методов типа принципа Вольтерра невозможно из-за вышеуказанных ограничений. Это вызвано тем фактом, что контактная зона не является определенной.

В этом случае при использовании энергетического подхода можно использовать принцип минимума мощности системы. При этом необходимо осуществлять пошаговую реализацию контактного взаимодействия шины с полупространством.

Таким образом, схема решения задачи о контактном взаимодействии вязкоупругой шины с полупространством должна включать в себя пошаговое исследование происходящего процесса во времени, а внутри каждого из повременных шагов должны быть реализованы пошаговые алгоритмы нагружения шины эксплуатационными нагрузками. При этом в начальном состоянии шина не контактирует с полупространством, и ее напряженно-деформированное состояние соответствует установившемуся состоянию шины, находящейся под действием лишь внутреннего давления с учетом вязкоупругих свойств резинокордных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алфрей Т. Механические свойства высокополимеров. -М.;-Л.: 1952. –619 с.
2. Бленд Д. Теория линейной вязкоупругости. -М.: МИР, 1965. –116 с.
3. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. -М.: 1963. –536 с.
4. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. -М.: 1974. –340 с.
5. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. -М.: 1966. –752 с.
6. Суворова Ю.В. Нелинейные эффекты при деформировании наследственных сред // Механика полимеров. -1977. -№ 6.
7. Осокин А.Е., Суворова Ю.В. Нелинейное определяющее уравнение наследственной среды и методика определения его параметров // ПММ. -1978. -№ 4.
8. Суворова Ю.В. Учет температуры в наследственной теории упругопластических сред // Проблемы прочности. -1977. -№ 2. -С. 43-48.
9. Суворова Ю.В., Чупилко Т.А. Прогнозирование свойств материалов шин в условиях эксплуатации // Проблемы шин и резинокордных композитов. Прочность и долговечность: Тезисы докладов Второго всесоюзного симпозиума, октябрь 1990 г. -М., 1990.

